

Optinių sūkurių sklidimas laisvoje erdvėje

Viktorija Pyragaitė

Sūkuriniai šviesos pluoštai

Helmholco (Helmholtz) lygtis:

$$\Delta B + k^2 B = 0$$

B - kompleksinė amplitudė, k - banginis skaičius.

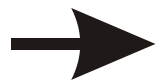
J. F. Nye, M. V. Berry, Dislocations in wave trains, Proc. R. Soc. London A, **336**, 165-190 (1974):

$$B(r, \varphi, z, t) \sim r^{|m|} \exp(im\varphi + ikz - i\omega t)$$

m - topologinis krūvis

Singularumas:

$$r = 0$$



amplitudė $B=0$

fazė neapibrėžta

Sūkuriniai šviesos pluoštai

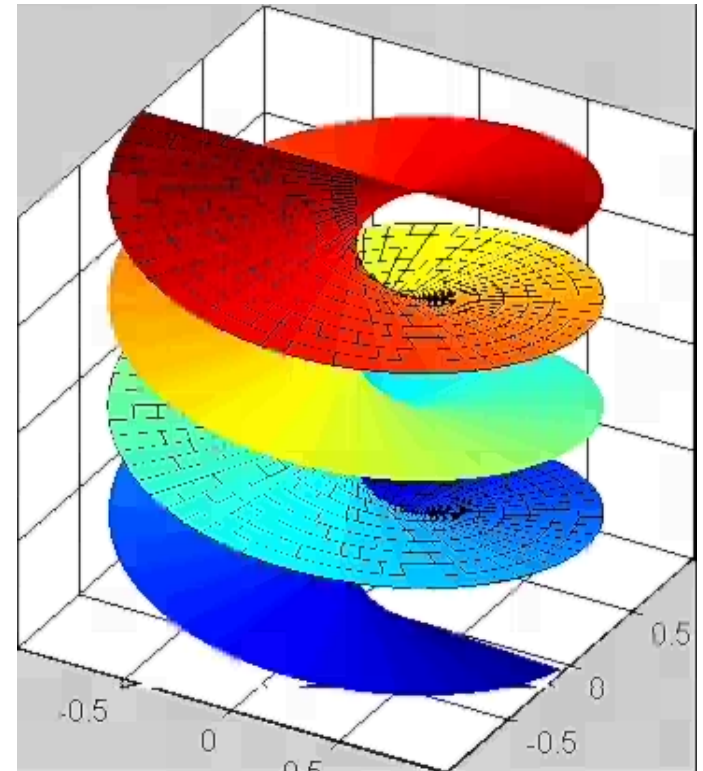
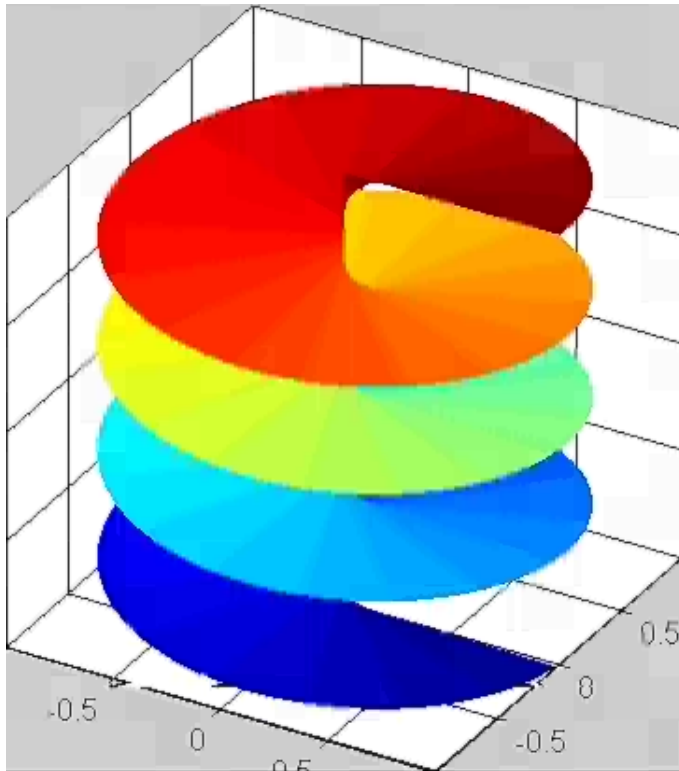
Bangos frontas

$$m\varphi + kz - \omega t = \text{const} + 2\pi n$$

Topologinis krūvis:

$$m = 1$$

$$m = 2$$



Sūkuriniai šviesos pluoštai

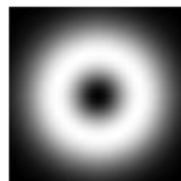
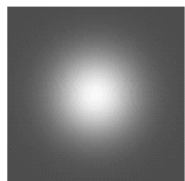
Helmholco lygties sprendinys yra begalinės energijos. Todėl reikia surasti sprendinį, apribotą Gauso (*Gauss*) funkcija.

Helmholco lygčiai pritaikius parabolinį artinį, gaunama **parabolinė difrakcijos lygtis:**

$$\frac{\partial A}{\partial z} = -\frac{1}{2ik} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) A$$

$$(A(x, y, z) = B \exp(-ikz + i\omega t))$$

Šios lygties sprendinys - **Lagero-Gauso moda** LG_p^l .



Sūkuriniai šviesos pluoštai

Helmholco (Helmholtz) lygtis:

$$\Delta B + k^2 B = 0$$

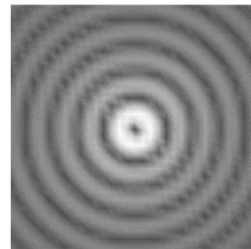
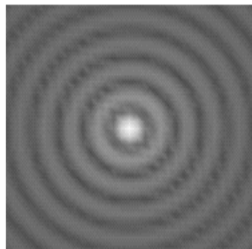
B - kompleksinė amplitudė, k - banginis skaičius.

Sprendiniai - **Beselio pluoštai**.

J. Durnin, Exact solutions for nondiffracting beams. The scalar theory. JOSA A. , **4**, 651-654 (1987):

$$B(r, \varphi) = J_m(\beta r) \exp(im \varphi + ikz)$$

m - topologinis krūvis



Literatūros apžvalga

1974m. - J. F. Nye, M. V. Berry

1989m. - P. Couillet, L. Gil, F. Rocca, Optical vortices



KRYPTYS:

- sūkurių gamybos būdai: hologramos, spiralinės plokštelės,...
- optinis sraigtas
- sūkurių savybės: vakume, tiesinėse
ir netiesinėse medžiagose
- sūkurių matricos, kvantinė kriptografija,...

L. Allen et al., Orbital angular momentum of light and transformation of Laguerre-Gaussian modes, Phys. Rev. A, **45**, 8185-8190 (1992).

Šviesos judesio kiekio tankis:

$$\mathbf{P} = \varepsilon_0 [\mathbf{E} \times \mathbf{B}].$$

Judesio kiekio momento tankis:

$$\mathbf{M} = \varepsilon_0 [\mathbf{r} \times [\mathbf{E} \times \mathbf{B}]].$$

Judesio kiekio momentas:

$$\mathbf{J} = \int \mathbf{M} d\mathbf{r} = \mathbf{L} + \mathbf{S}.$$

Įrašė tiesiškai poliarizuotos šviesos vektorinį potencialą

$$\mathbf{A} = \mathbf{x} u(x, y, z) \exp(-ikz),$$

kur u - LG_p^l

Judesio kiekio momento srautas/energijos srautas:

$$L/cP = l/\omega, \quad l - \text{top. kr.}$$

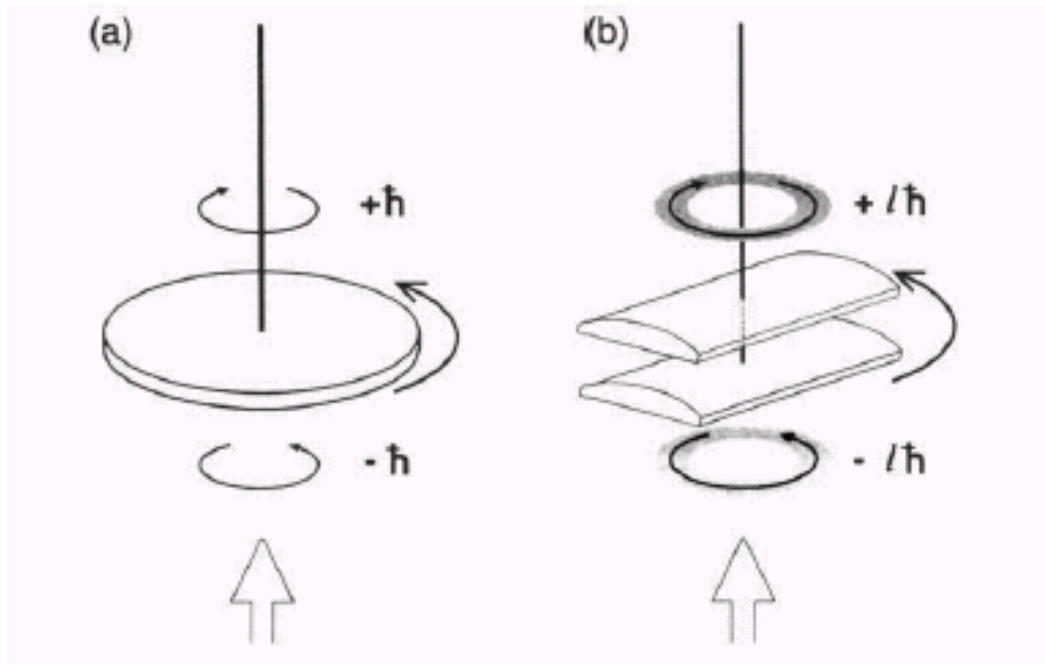
Apskritimiškai poliarizuotai šviesai:

$$J/cP = (l + \sigma)/\omega, \quad \sigma = 0, \pm 1$$

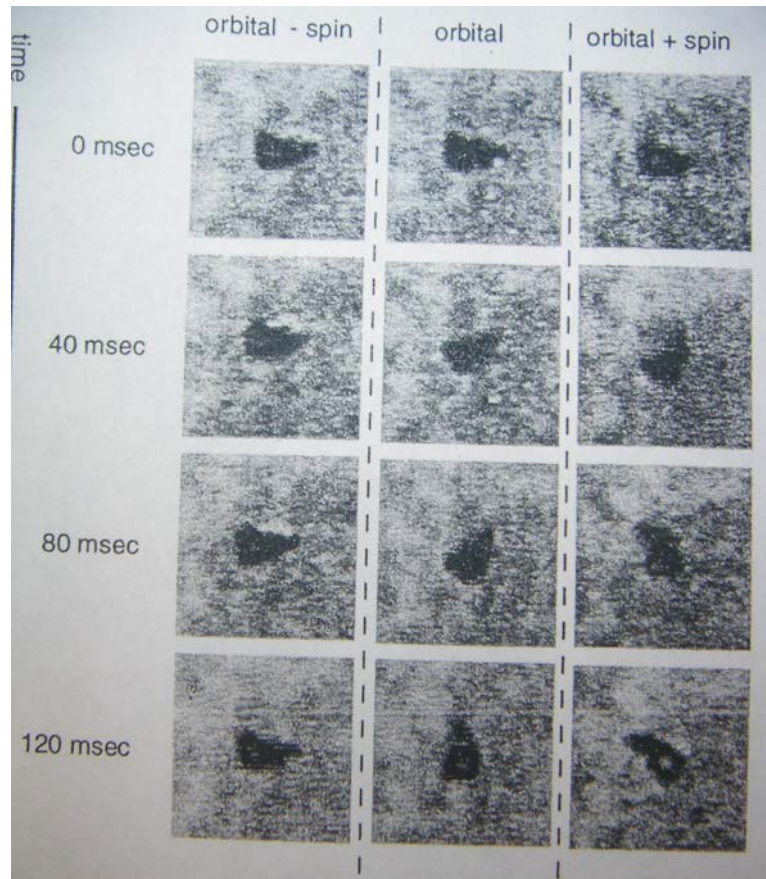
Orbitinis ir sukininis judesio kiekio momentai

R. A. Beth (1936) -
apskrimiškai poliarizuota šviesa

L. Allen et al. (1992) -
pasiūlė eksperimentą:

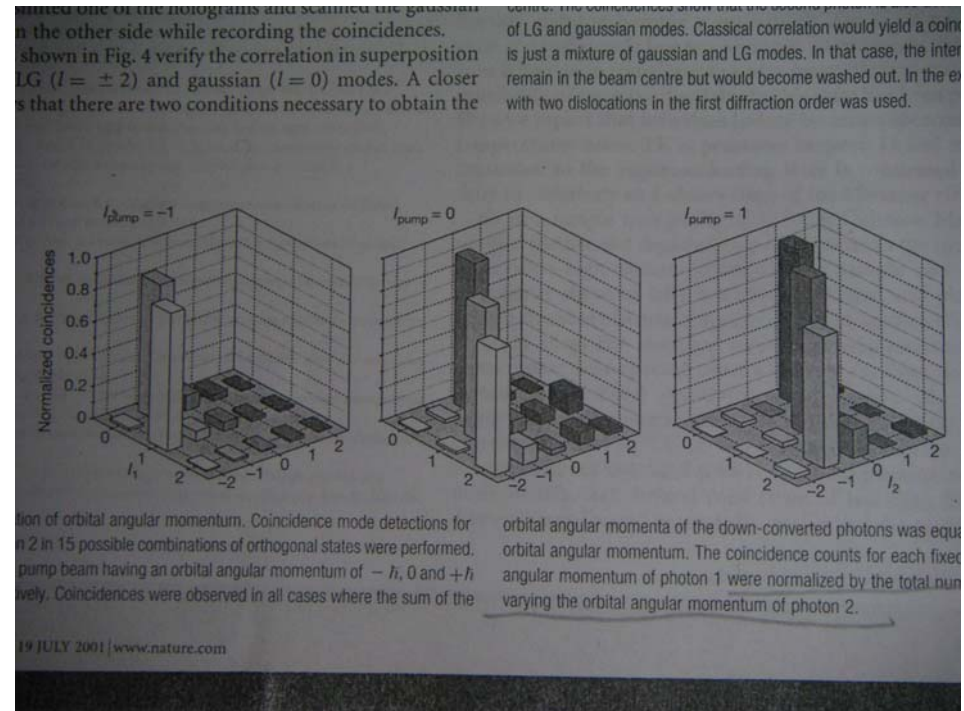


N. B. Simpson, K. Dholakia, L. Allen and M. J. Padgett,
Mechanical equivalence of spin and orbital angular momentum
of light: an optical spanner, *Opt. Lett.*, **22**, 52-54 (1997).



Successive frames of the video image showing the
start behavior of a 2- μm -diameter Teflon particle
with the optical spanner.

A. Mair et al., (2001).



J. Arlt et al., (1999).

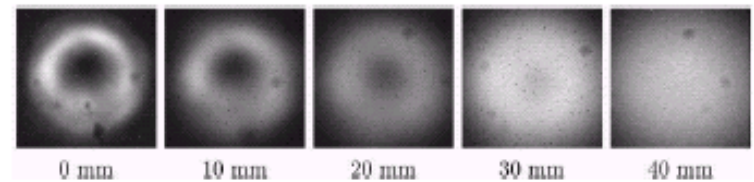
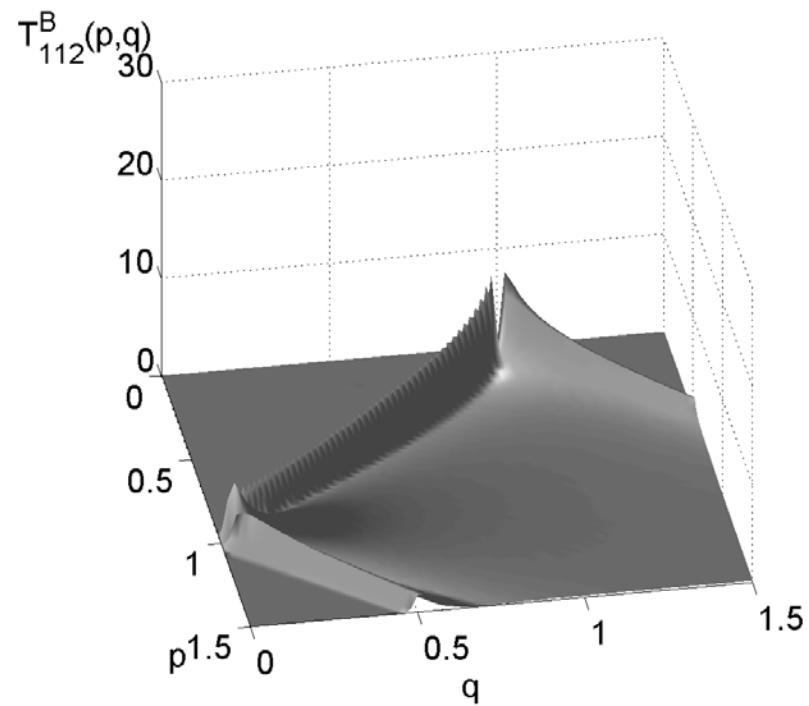
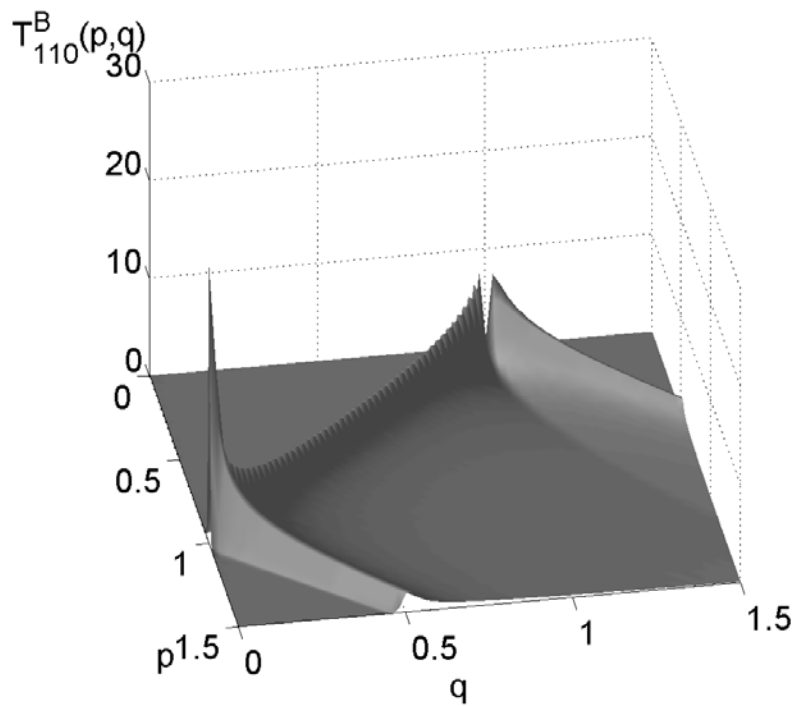


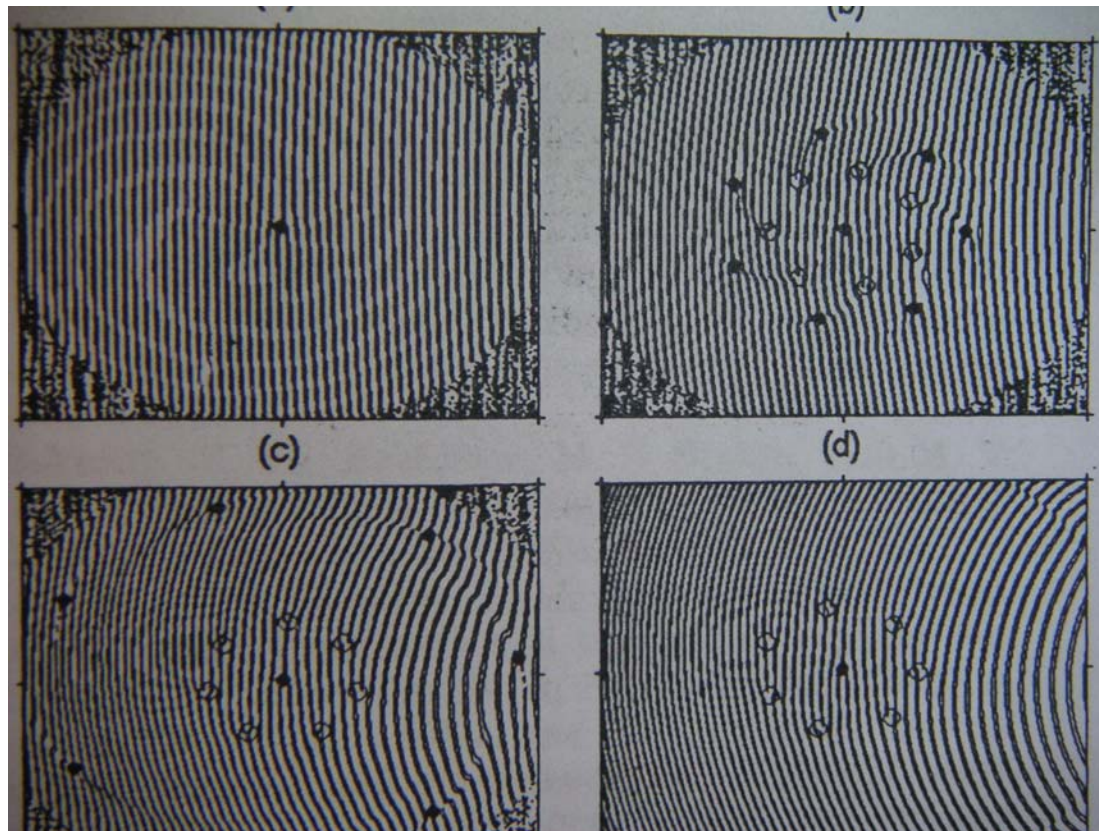
FIG. 3. Profiles of the down-converted beams generated by a pump beam with $l=1$ for a range of positions behind the backface of the nonlinear crystal.

$$T_{m_3 m_1 m_2}^B(p, q) = \int_0^{\infty} u e^{-\frac{u^2}{s^2}} J_{|m_3|}(u) J_{|m_1|}(pu) J_{|m_2|}(qu) du.$$

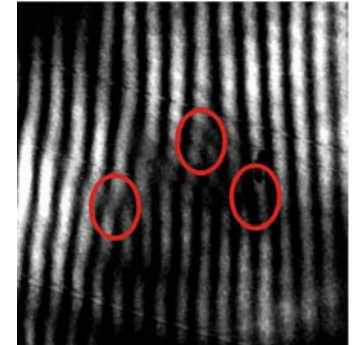
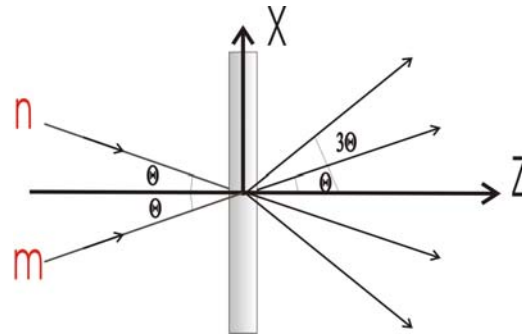
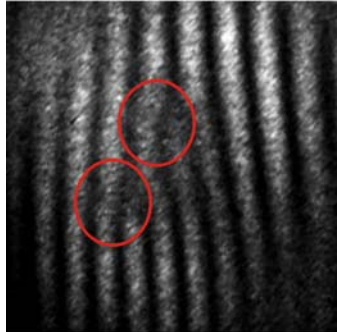


A. Beržanskis et al., Conversion of topological charge of optical vortices in a parametric frequency converter, *Opt. Commun.*, **140**, 273-276 (1997).

G. Molina-Terriza, L. Torner, Multicharged vortex evolution in seeded second-harmonic generation, *Opt. Soc. Am. B*, **17**, 1197-1204 (2000).

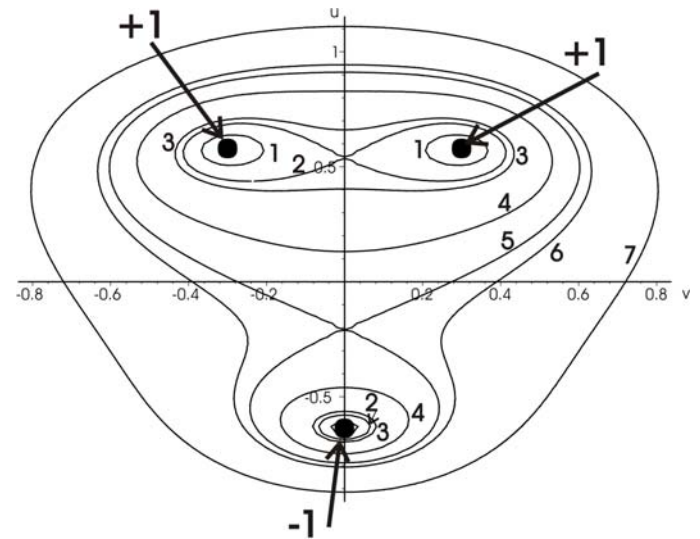
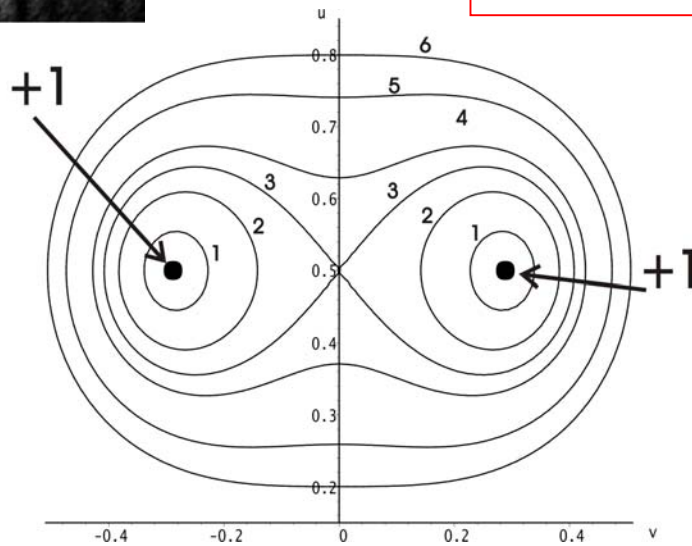


Keturbangė sąveika kubinio netiesiškumo terpėje



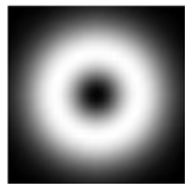
$$m=1 \quad n=0$$

$$m=1 \quad n=1$$



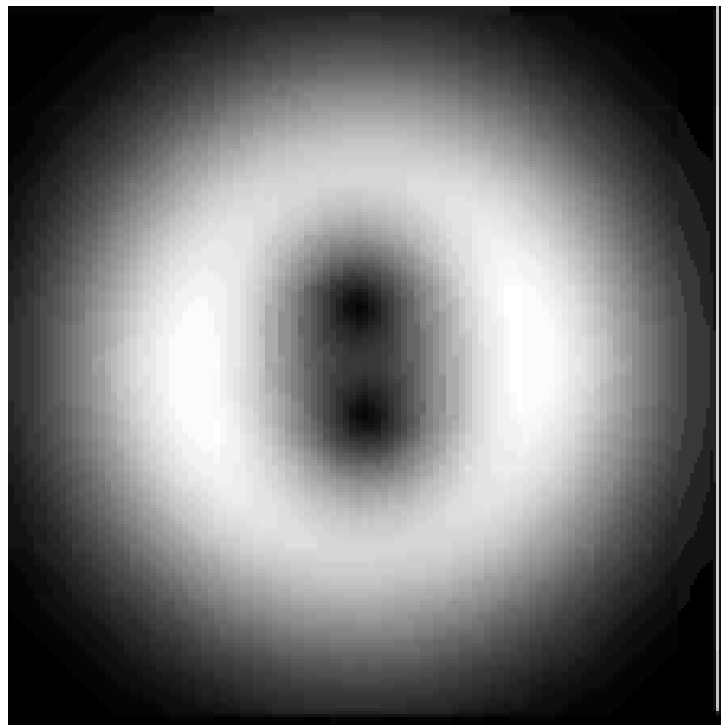
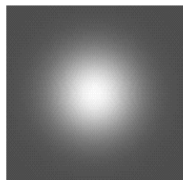
I. V. Basistiy et al., Optics of light beams with screw dislocation, Opt. Commun., **103**, 422-428 (1993).

$m=2$



+

$m=0$



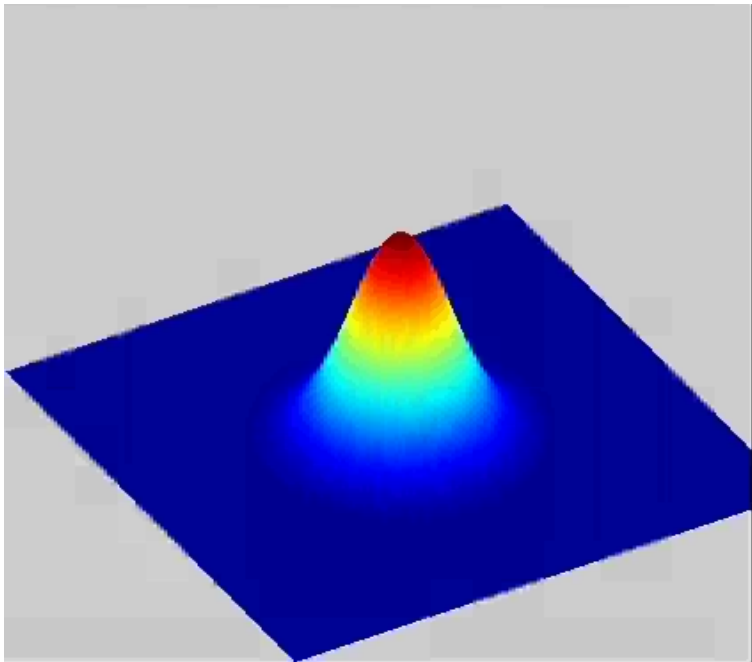
Lagero ir Gauso optiniai pluoštai

$$A(x, y, z) = c_0 \frac{[(x + iy)/d_0]^{m|}}{[1 + iz/L_d]^{m|+1}} \exp\left(-\frac{(x^2 + y^2)/d_0^2}{1 + iz/L_d}\right)$$

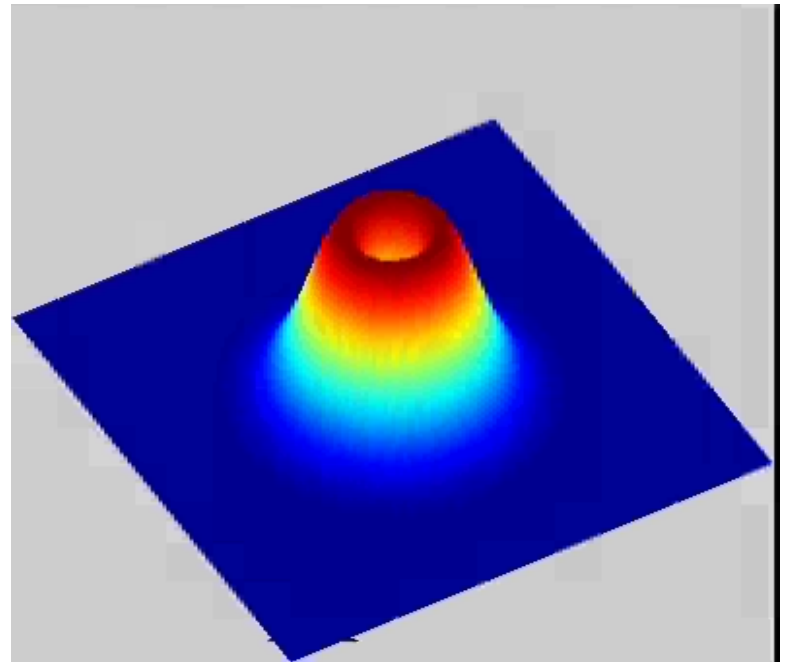
Čia d_0 - pluošto radiusas, L_d - difrakcinis ilgis

Topologinis krūvis:

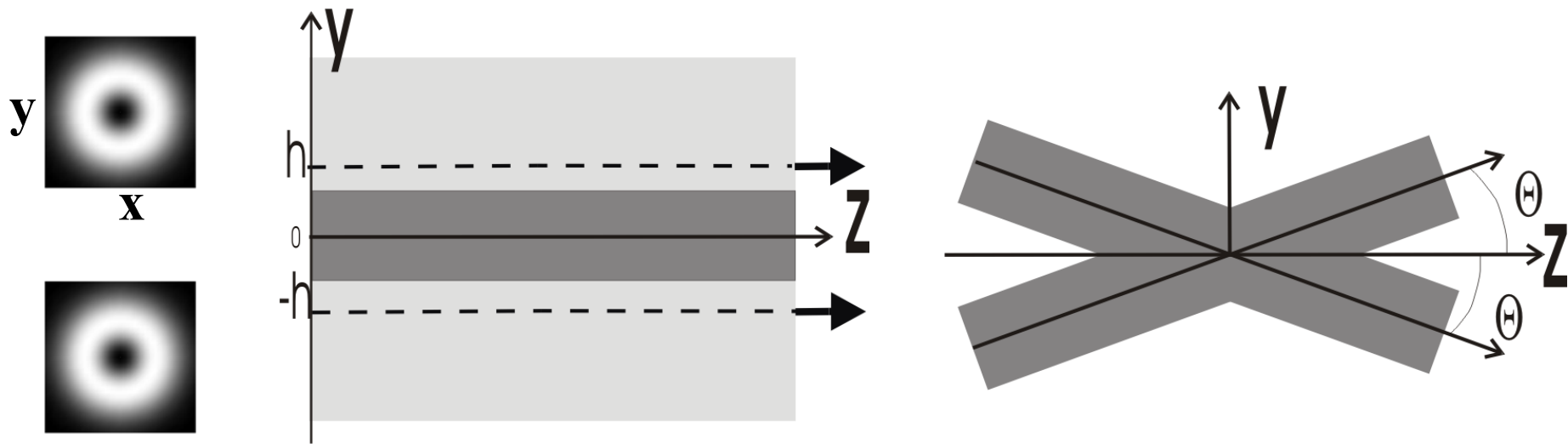
$$m = 0$$



$$m = 1$$



Dviejų difraguojančių LG sūkurinių ($|m|=1$) pluoštų interferencija

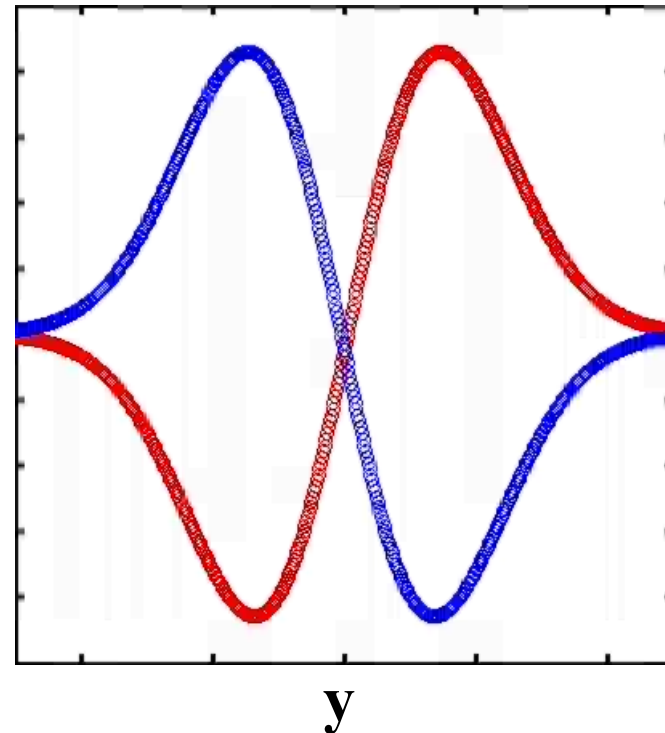
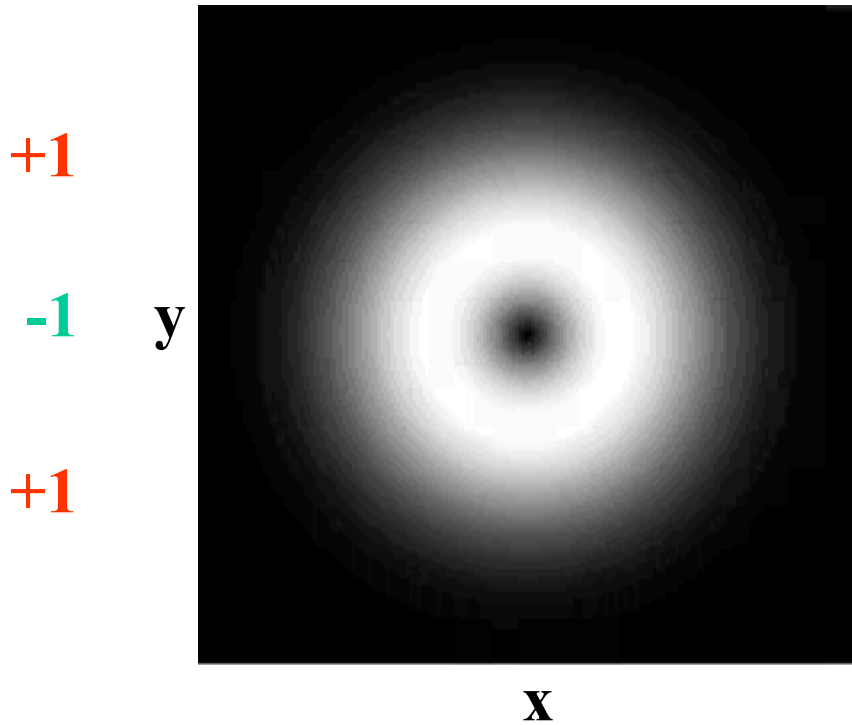


Darbo tikslas

Teoriškai išnagrinėti kaip kinta sudėtinio lauko sūkurinė sandara, kintant sklidimo nuotoliui, atstumui tarp pluoštų ašių, susikirtimo kampui bei amplitudžių santykiui.

Du lygiagretūs LG pluoštai

pjūvis $x=0$



$\text{Im}(A_1)$
 $-\text{Im}(A_2)$

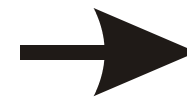
G. Molina-Terriza, J. Recolons, and L. Torner, The curious arithmetic of optical vortices, *Opt. Letters*, **25**, 1135-1137 (2000).

Sudėtinio lauko sūkurinė sandara

$$A_1 + A_2 = 0$$



$$\begin{aligned} \operatorname{Re}(A_1 + A_2) &= 0, \\ \operatorname{Im}(A_1 + A_2) &= 0. \end{aligned}$$



Sūkurių
centrų
koordinatės

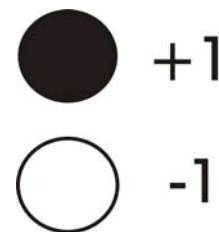
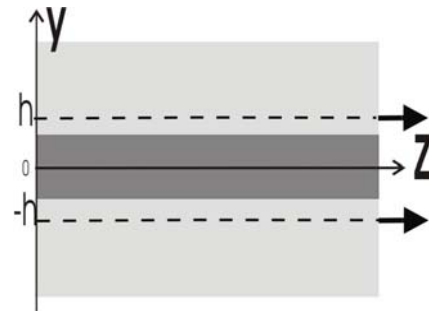
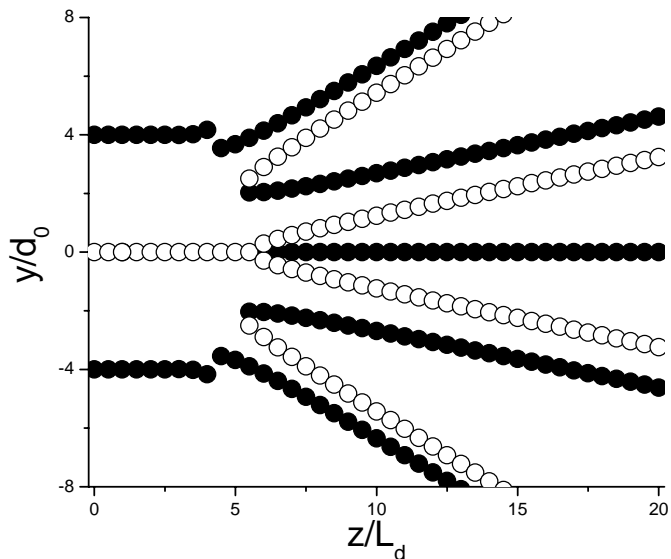
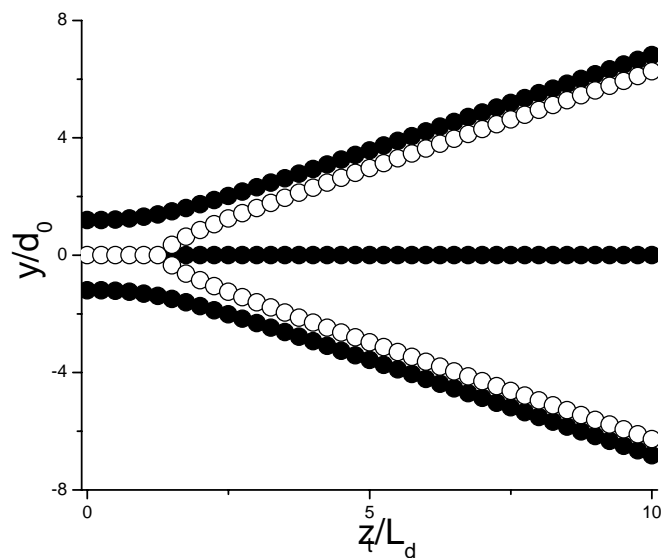
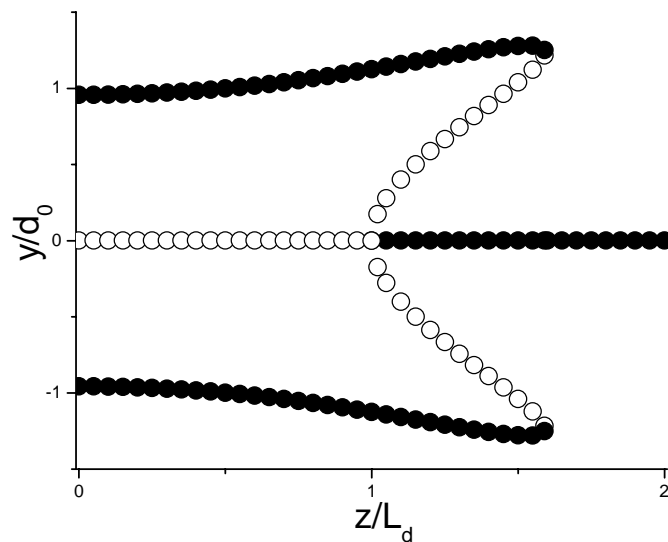
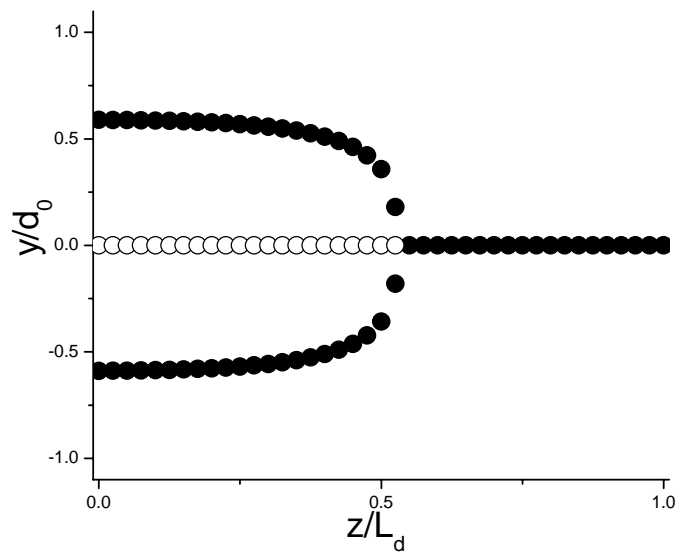
x, y



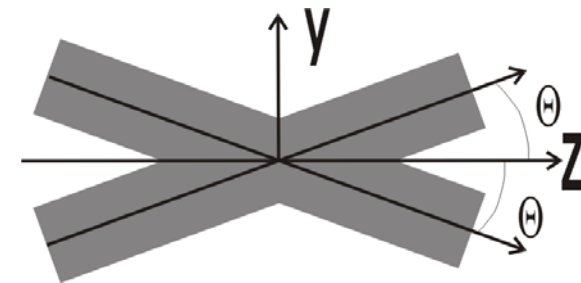
Lygčių atskirimas:

$$\begin{aligned} x &= \dots, \\ f(y, z, \text{kt. parametrai}) &= 0. \end{aligned}$$

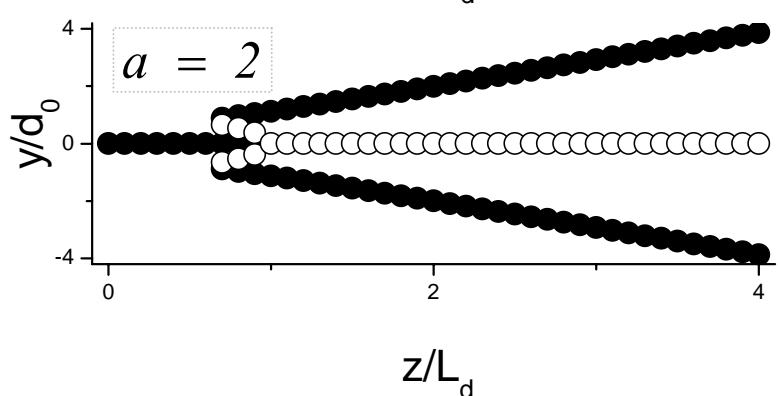
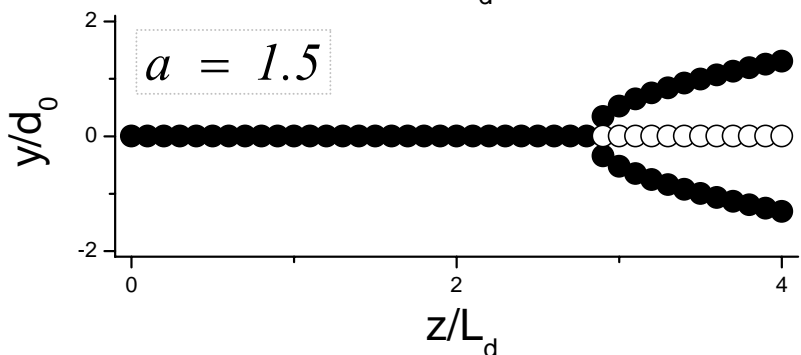
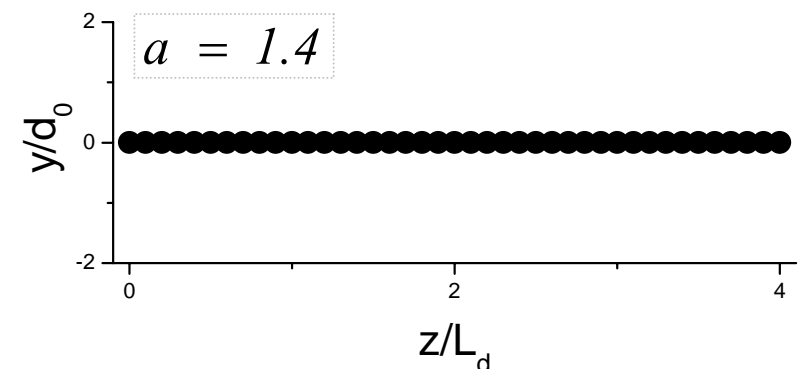
Sūkurinēs sandaros kitimas dēl difrakcijas



Susikertančių sūkurinių pluoštų sklidimas



$$a = kd_0\theta$$



Centrinio sūkurio topologinio krūvio inversija įvyksta, kai

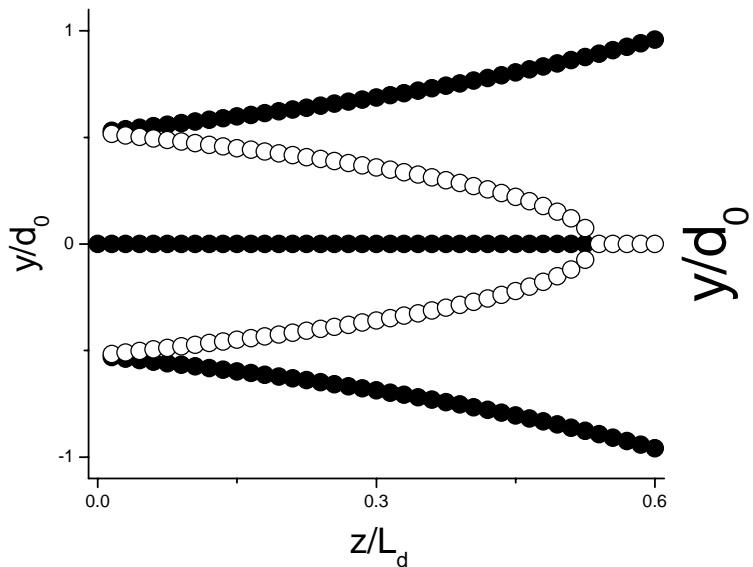
$$\frac{z}{L_d} = \sqrt{\frac{2}{a^2 - 2}}$$

Kai

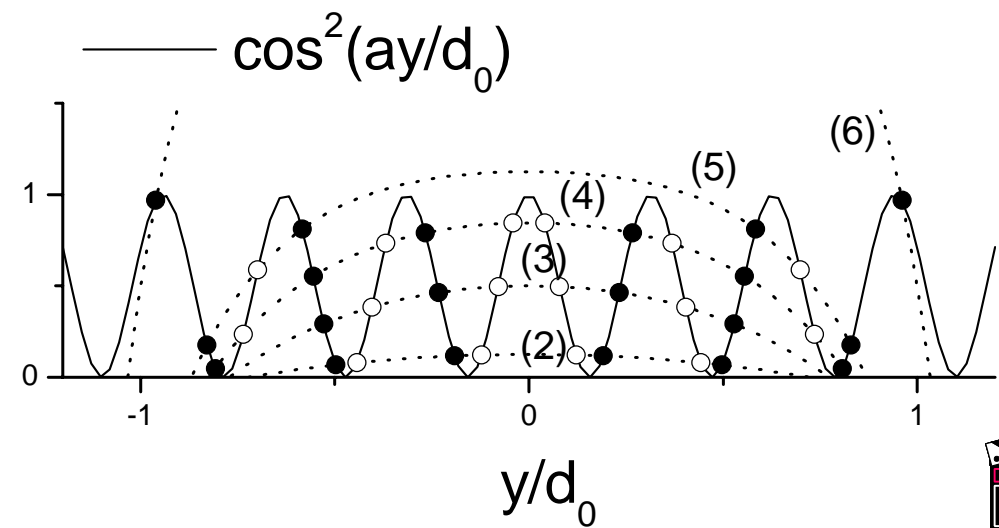
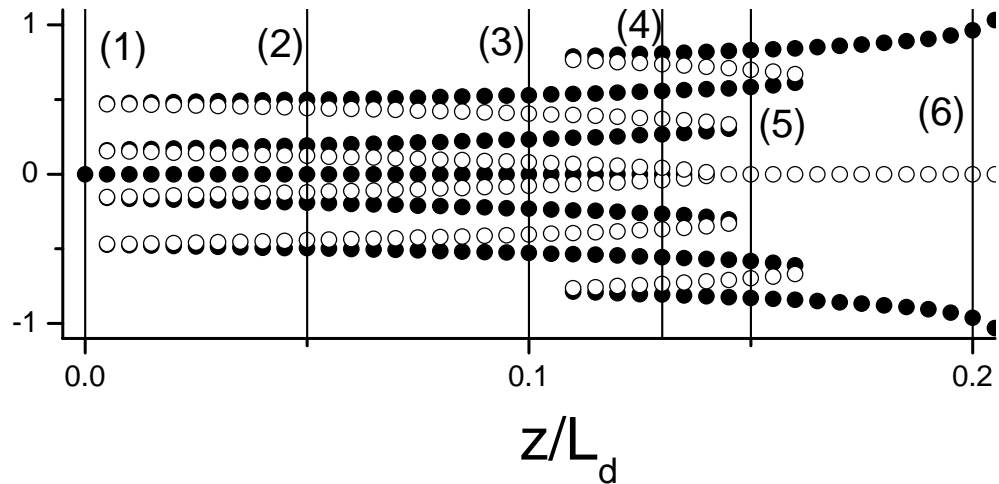
$$a < \sqrt{2},$$

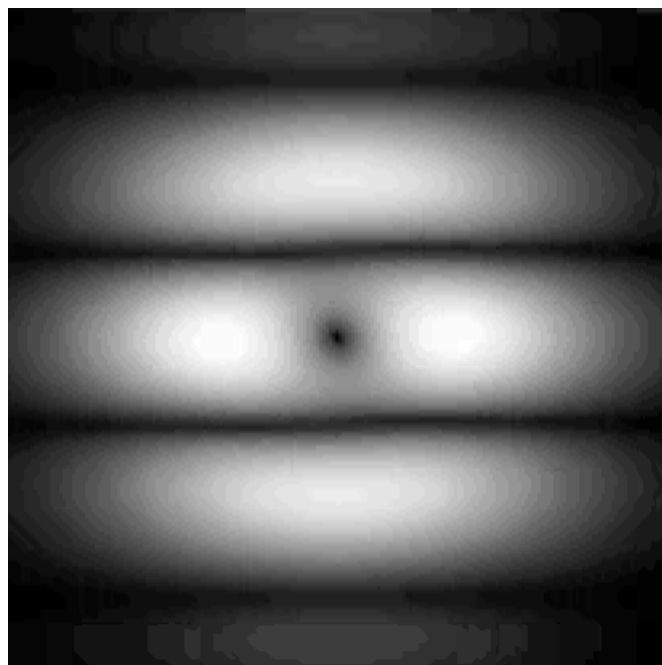
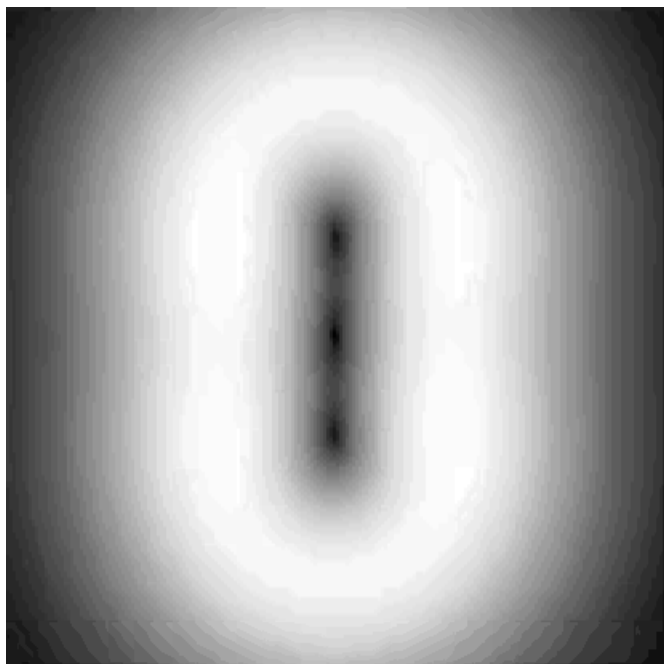
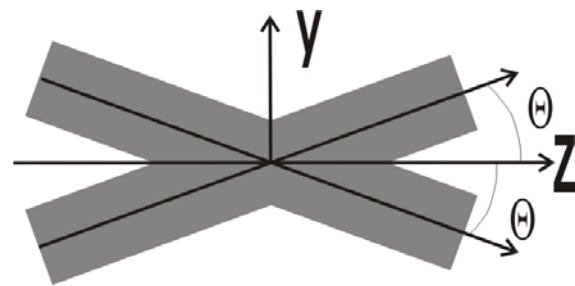
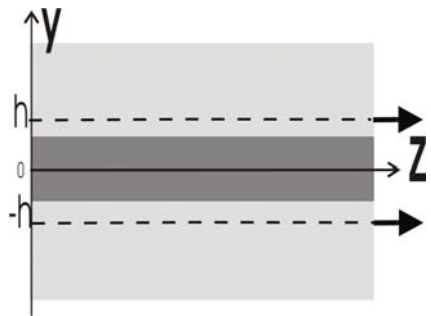
tuomet pluošte yra tik vienas sūkurys.

$$a = 3$$



$$a = 10$$





Išvados

1. Persiklojant dviem sūkuriniams pluoštams sudėtinio pluošto sūkurinė sandara yra sudėtingesnė nei atskirų pluoštų, jei atstumas tarp ašių arba sankirtos kampas yra pakankamai didelis.

2. Parodyta, kad sudėtinio pluošto sūkurinė sandara kinta sklidimo metu: atsiranda bei anihiliuoja priešingų ženklų vienetinių topologinių krūvių sūkurių poros, įvyksta centrinio sūkurio topologinio krūvio inversija. Sudėtinio pluošto sūkurinės sandaros kitimas priklauso nuo atstumo tarp ašių, susikirtimo kampo bei amplitudžių santykio.

3. Pilnutinis sudėtinio pluošto topologinis krūvis nekinta.